

LAS VIGAS VIERENDEL

POR EL ARQUITECTO LUIS MOYA

I. CÁLCULO

UNA viga Vierendeel, en general, constituida por dos cordones, superior e inferior, rectos o poligonales, unidos por montantes verticales, tiene el aspecto de una sucesión de rectángulos o trapecios.

El cálculo es pesado en el caso general; pero se simplifica en el caso frecuente en que los cordones superior e inferior son rectos y horizontales, de igual momento de inercia y con cargas aplicadas sólo en los nudos. Vierendeel obtuvo unas fórmulas para este caso, por las que se calcula rápidamente la viga. Aquí se tratará únicamente de la aplicación práctica de las fórmulas, sin dar su demostración, que puede verse en el artículo de Vierendeel publicado en *Mémoires de la Société des Ingenieurs Civils de France*, número de agosto de 1900, y en la *Mecánica Elástica*, de Alfonso Peña.

El cálculo trata de determinar en cada una de las pie-

zas rectas que constituyen la viga, su ley de variación de momentos flectores y su tensión normal; es decir, su régimen de flexión compuesta, y además su esfuerzo tangencial. El punto medio de cada montante puede considerarse como punto de momento nulo con bastante exactitud. Vierendeel halla el punto de momento nulo en los montantes de un puente de hierro de 31,50 m. de luz, construido para experiencias. A pesar de sus grandes dimensiones, este punto se separa del punto medio 13 mm. en el montante extremo, siendo esta separación menor en todos los demás.

El procedimiento de cálculo consiste en suponer un trozo de viga separado del resto por el plano que contiene los puntos de momento nulo de los montantes, y considerar las fuerzas que restablecen el equilibrio de este trozo. Vierendeel aplica las ecuaciones generales de la deformación y Peña el teorema de Castigliano. Sin explicar esto pasamos a las fórmulas:

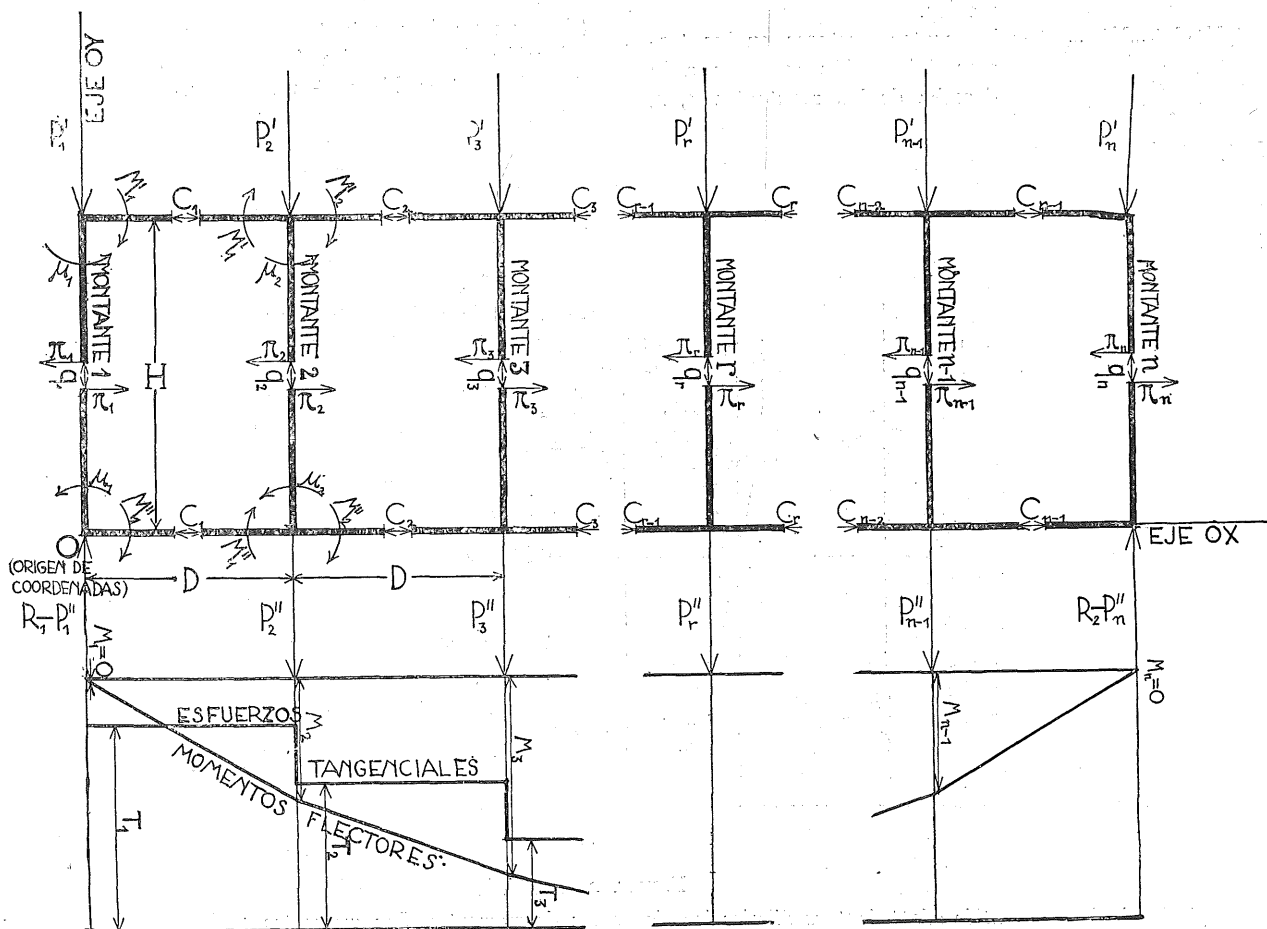


FIGURA I.

- a) Notación: Figura 1.
- $P'_1 P'_2 P'_3 \dots P'_r \dots P'_n$: Cargas verticales en los nudos del cordón superior.
- $P''_1 P''_2 P''_3 \dots P''_r \dots P''_n$: Cargas verticales en los nudos del cordón inferior.
- $q_1 q_2 q_3 \dots q_r \dots q_n$: Tensiones normales (compresiones o tracciones) en los montantes.
- $\pi_1 \pi_2 \pi_3 \dots \pi_r \dots \pi_n$: Esfuerzos cortantes en los montantes.
- $M_1 M_2 M_3 \dots M_r \dots M_n$: Momentos flectores de la viga supuesta pieza prismática simplemente apoyada, en los puntos inmediatamente a la derecha de los montantes 1, 2, 3, ..., r, ...
- $T_1 T_2 T_3 \dots T_r \dots T_n$: Esfuerzos cortantes de la viga supuesta pieza prismática simplemente apoyada, en los puntos inmediatamente a la derecha de los montantes 1, 2, 3, ..., r, ...
- $R_1 R_2$: Reacciones en los apoyos.
- $\mu_1 \mu_2 \mu_3 \dots \mu_r \dots \mu_n$: Momentos flectores de los montantes. Son nulos en sus puntos medios.
- $M'_1 M'_2 M'_3 \dots M'_r \dots M'_n$: Momentos flectores en los tramos del cordón superior a la derecha de los montantes 1, 2, 3, ..., r, ...
- $M''_1 M''_2 M''_3 \dots M''_r \dots M''_n$: Lo mismo en los tramos del cordón inferior.
- H: Altura de la viga.
- D: Longitud de un tramo.

Los ejes coordenados son el cordón inferior (OX) y el primer montante a la izquierda (OY).

b) Montantes: Tensiones normales (compresiones o tracciones).

$$q_r = \frac{1}{2} (P'_r - P''_r) \begin{cases} q_r > 0 \text{ es una compresión} \\ q_r < 0 \text{ es una tracción} \end{cases}$$

Para el primer montante la fórmula es:

$$q_1 = \frac{1}{2} (P'_1 - P''_1 + R_1)$$

q_1 es siempre compresión.

Lo mismo sucede con el último montante.

c) Montantes: Esfuerzos tangenciales.

$$\pi_{r+1} = \pi_r + \frac{6D}{H} \frac{\Sigma r}{1} \pi - \frac{3D}{H^2} (DT_r + 2M_r)$$

Para n montantes hay $n - 1$ ecuaciones como ésta. La ecuación que falta es:

$$\Sigma_1^n \pi = 0$$

En esta ecuación se ponen todos los π en función de π_1 que puede despejarse. Su valor se substituye en las ecuaciones (1) y permite obtener los π .

Cuando la viga está cargada simétricamente, el cálculo es más breve, pues basta igualar las π de los dos montantes centrales, cambiando el signo a una de ellas, puestas en función de π_1 , y despejar ésta $\pi_r = -\pi_{r+1}$.

Si hay un solo montante central su $\pi = 0$; puesto en función de π_1 permite despejar éste.

d) Montantes: Momentos flectores.

$$\mu_r = -\pi_r \left(\frac{H}{2} - y \right)$$

En el punto medio $y = \frac{H}{2}$, $\mu_r = 0$

En el extremo inferior $y = 0$, $\mu_r = -\pi_r \frac{H}{2}$

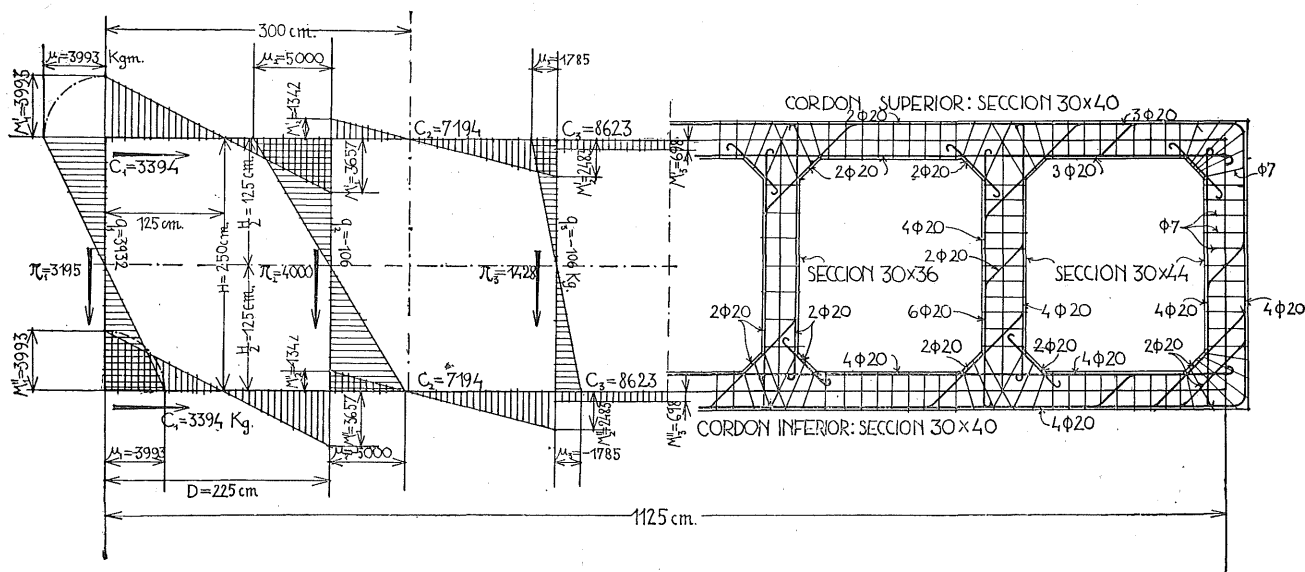


FIGURA 2.

Las flechas indican el sentido adoptado para dibujar los diagramas de momentos. Los momentos positivos se han tomado a la derecha, y los negativos a la izquierda. La mitad derecha de la figura es un ligero croquis de la disposición de las barras. Las fuerzas π_1 , π_2 , π_3 , ... deben calcularse con gran aproximación decimal.

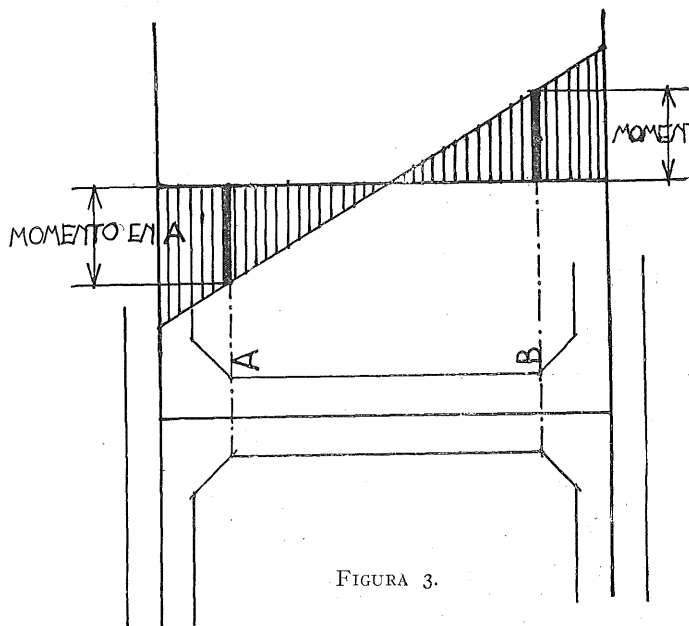


FIGURA 3.

En el extremo superior $y = H$, $\mu_r = +\pi_r \frac{H}{2}$
 π_r se toma con su signo propio. El sentido positivo de los momentos es el de las agujas del reloj.

e) Cordón inferior: Momentos flectores.
 $(M''_r = -(P''_1 + q_1 - R_1)x - (P''_2 + q_2)(x - D) - (P''_3 - q_3)(x - 2D) - \dots - (\pi_1 + \pi_2 + \dots) \frac{H}{2} \quad (2)$

Las fuerzas q_1, q_2, q_3, \dots se toman con sus signos propios.

pios. Esta ecuación da la ley de momentos para cada tramo entre dos nudos.

Aplicación al primer tramo:

$$M''_r = -(P''_1 + q_1 - R_1)x - \pi_1 \frac{H}{2}$$

Los momentos en los extremos se obtienen para

$$x=0, M''_r = -\pi_1 \frac{H}{2}$$

(como es natural, es el mismo valor obtenido para el momento flector en el extremo inferior del primer montante) y para

$$x=D, M''_r = -(P''_1 + q_1 - R_1)D - \pi_1 \frac{H}{2}$$

El punto de momento nulo tiene por abscisa:

$$x = -\frac{\pi_1 \frac{H}{2}}{P''_1 + q_1 - R_1}$$

Aplicación al segundo tramo:

$$(M''_r = -P''_1 + q_1 - R_1)x - (P''_2 + q_2)(x - D) - (\pi_1 + \pi_2)$$

Se obtienen los momentos en los extremos dando a x los valores

$$x = D$$

$$x = 2D$$

y el punto de momento nulo haciendo $M''_r = 0$ y despejando x , como en el primer tramo.

Como comprobación, la suma algebraica de los dos o tres momentos de cada nudo (teniendo en cuenta para los signos las condiciones de equilibrio), debe ser cero.

f) Cordón superior: Momentos flectores.

$$M'_r = (q_1 - P'_1)x + (q_2 - P'_2)(x - D) + (q_3 - P'_3)(x - 2D) + \dots - (\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \dots) \frac{H}{2} \quad (3)$$

Aplicación al primer tramo:

$$M'_r = (q_1 - P'_1)x - \pi_1 \frac{H}{2}$$

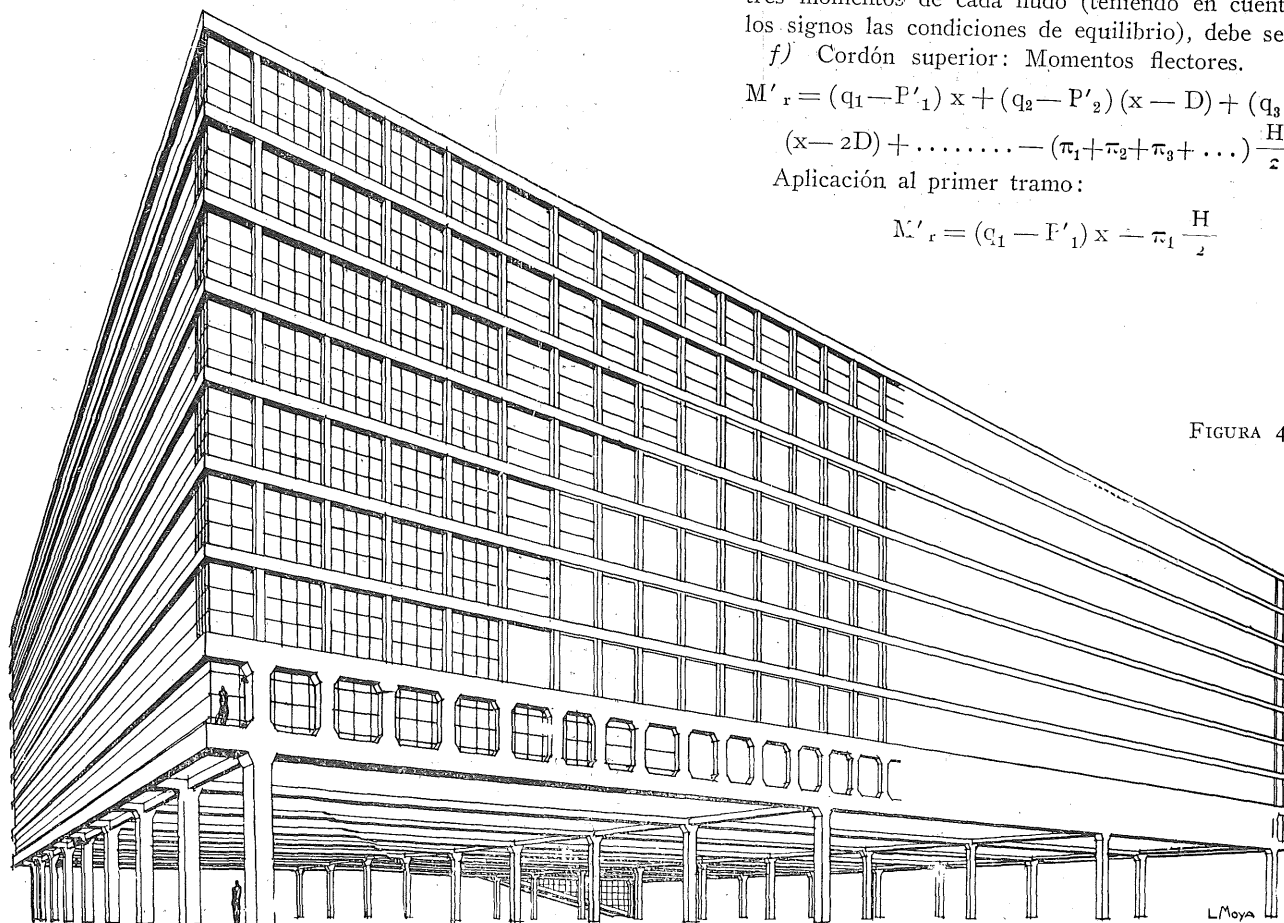


FIGURA 4.

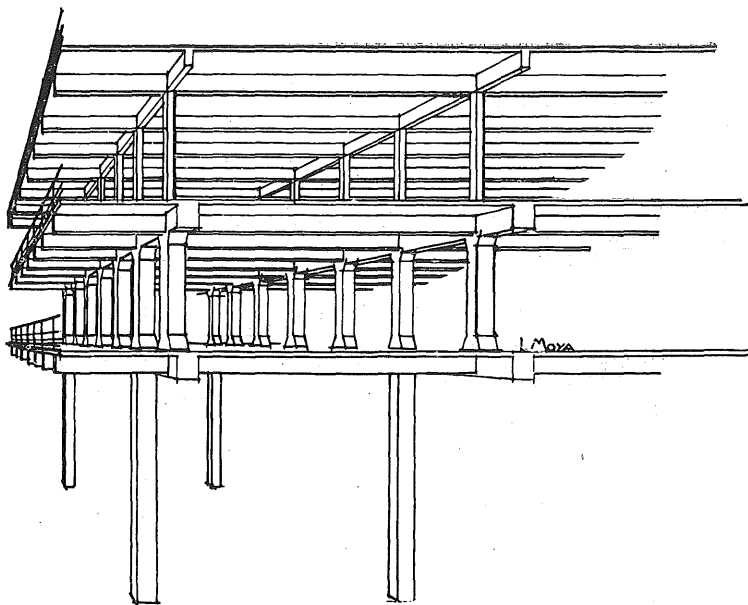


FIGURA 5.

Se aplica lo mismo que las fórmulas del cordón inferior. También deben aplicarse las fuerzas $q_1, q_2, q_3 \dots$ con sus signos propios.

Las fórmulas (2) y (3) dan valores iguales para puntos correspondientes en verticales.

g) Cordón inferior: Tensiones normales. (En este cordón son tracciones.)

$$C_r = \frac{M_r + M'_r + M''_r}{H}$$

Si M_r, M'_r y M''_r son momentos tomados inmediatamente a la derecha del montante núm. r , C_r representa la tensión normal del cordón inferior para el tramo comprendido entre los montantes r y $r + 1$.

Los momentos M_r, M'_r y M''_r deben llevar sus signos propios.

h) Cordón superior: Tensiones normales. (En este cordón son compresiones.) La fórmula es la misma del cordón inferior. Por consiguiente, la compresión en un tramo tiene el mismo valor absoluto que la tracción en el tramo del cordón inferior correspondiente en vertical.

La distribución de momentos flectores tiene el aspecto indicado en la fig. 2, que se refiere a una viga de cinco tramos. Se observa en este ejemplo, como en los que figuran en el artículo de Vierendel, ya citado, y en otros, que el segundo montante sufre mayor momento flector que los demás, y que estos momentos flectores van disminuyendo desde el tercer montante al centro.

En los cordones, también disminuyen los momentos de los extremos al centro. Los esfuerzos cortantes en los montantes tienen su máximo en el segundo y disminuyen hacia el centro. Las compresiones y tracciones de los cordones superior e inferior aumentan de los extremos al centro.

Obtenidos para cada pieza su momento flector y su tracción o compresión normal, se calcula separadamente, por los procedimientos conocidos para piezas sometidas a flexión compuesta, tanto en hierro como en hormigón armado. El momento máximo que debe tomarse para este cálculo de las secciones es el correspondiente al punto en que empiezan los cartabones, A y B en la figura 3. Las armaduras de los nudos deben disponerse en forma apropiada para resistir los fuertes momentos concentrados en ellos. Los momentos de inercia de los cordones no es preciso sean iguales, según parece exigir la hipótesis que sirve de base al cálculo, pues Vierendel ha demostrado que produce poco error el tomarlos algo diferentes; de todos modos, conviene no difieran mucho.

Pueden, sin embargo, hacerse muy diferentes los momentos de inercia de ambos cordones por el método de cálculo propuesto por Podolsky (Moscou, 1909) y seguido por el Ingeniero Luigi Santarella en su obra *Il Cemento Armato Nelle Costruzioni Civili ed Industriali*, donde el momento de inercia de ambos cordones está en la relación de 3 a 1. De este método de cálculo se tratará más adelante.

II. APLICACIONES

Las vigas Vierendel en hormigón armado no son de difícil construcción, y pueden resolver muchos problemas de construcción. Al estar formadas solamente por elementos horizontales y verticales se adaptan y confunden con la estructura de un edificio vulgar. Sus huecos cuadrados o rectangulares pueden utilizarse como ventanas o puertas (Ejemplos: Anfiteatro del Cine del Callao, de L. Gutiérrez Soto, arquitecto, y casa Avenida Pi y Margall, núm. 12, de Antonio Palacios.) o quedar los montantes aislados en un local a manera de pilares.

Pueden tener aplicación en el caso frecuente de utilizarse la planta baja de un edificio de viviendas u ofi-

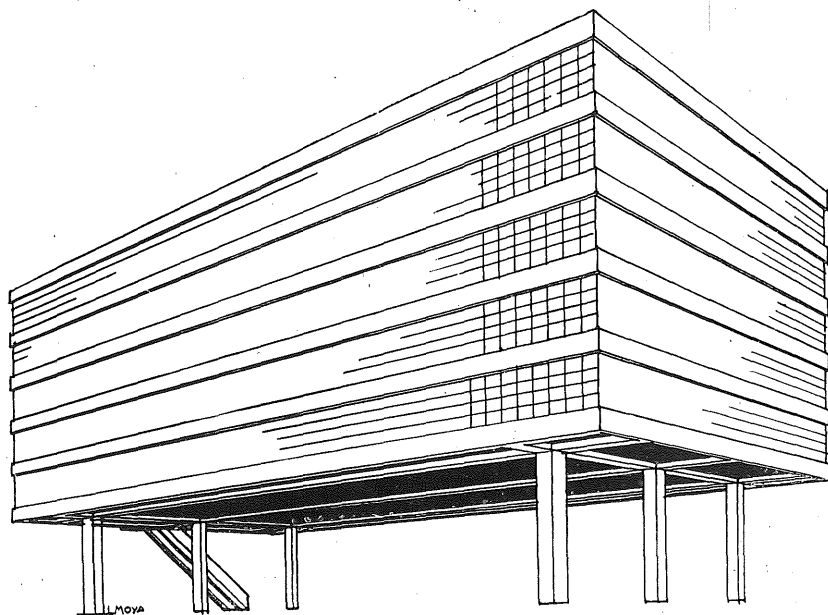


FIGURA 6.

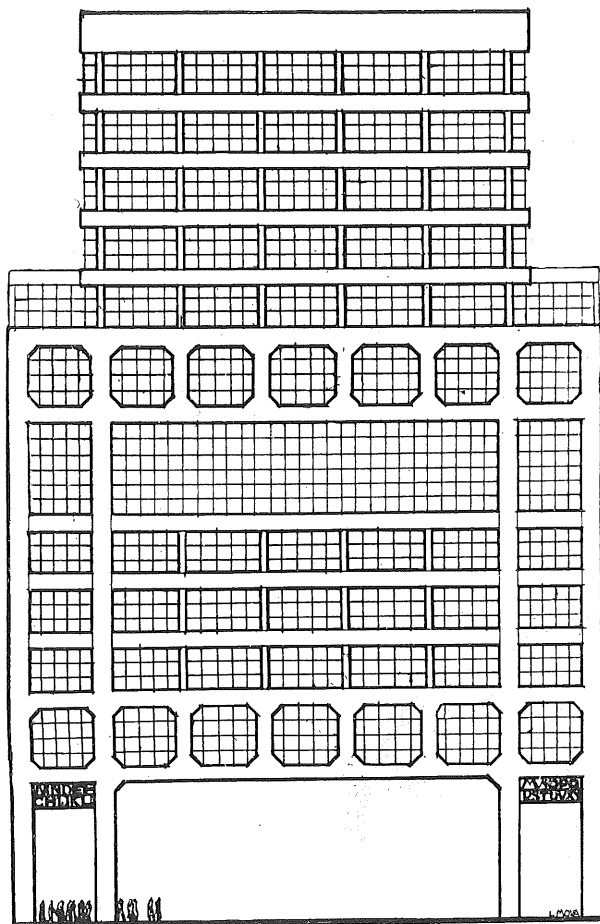


FIGURA 7.

cinas como almacén o garaje (fig. 4). La primera planta de oficinas o viviendas puede contener las vigas Vierendel sobre las que descansen el resto del edificio. La planta baja queda libre de la mayor parte de los pilares, pues en la altura normal de un piso, tres a cuatro metros, puede construirse una viga Vierendel de unos 25 a 30 metros de luz. El piso que contuviera las vigas tendría igual aspecto que un piso de una estructura vulgar, y la planta quedaría dividida en naves de 25 a 30 metros de ancho. La figura 5 explica esta disposición.

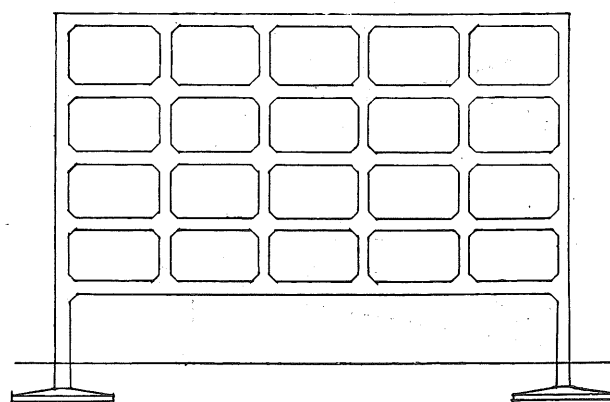
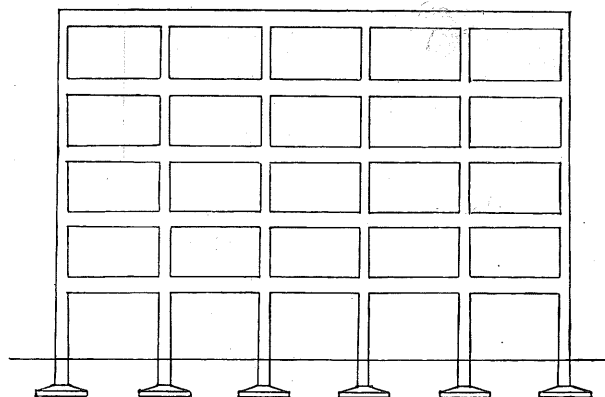
Puede comprenderse la utilidad de este sistema en la resolución de algunos problemas de construcción: construir pisos sobre una sala de espectáculos, disminuir el número de placas de cimentación cuando éstas deben ir a gran profundidad (las vigas Vierendel ocuparían la altura del sótano y podría apoyarse sobre ellas un edificio de estructura vulgar), conseguir luces extraordinarias en determinados puntos de una fachada (fig. 6) o de un interior, unir dos edificios con galerías sin apoyos, y en otros muchos casos.

Cuando se calcula una viga Vierendel destinada a una fachada, es preciso tener en cuenta el esfuerzo de torsión que sufre al recibir la carga sólo por un lado. Esto complica el cálculo; pero puede evitarse la torsión prolongando en voladizo las viguetas del forjado lo necesario para producir sobre la viga Vierendel un momento igual y contrario al de dichas viguetas

(figura 5). La figura 7 muestra el aspecto exterior de esta estructura, que resulta muy parecida a obras de Le Corbusier y de Mies van der Rohe.

Parece natural tratar de extender el principio de la viga Vierendel al caso general en que se constituya una viga por varios órdenes superpuestos de recuadros (figura 8). El esfuerzo de flexión es soportado solidariamente por toda la estructura, y el trabajo se reparte en gran número de piezas. Al compararla con la estructura vulgar (figura 9) se comprende que las condiciones de trabajo son completamente distintas en ambos sistemas, para todos sus elementos. En una pieza sometida a flexión sencilla (como las que forman parte de la figura 9) sólo se tiene en cuenta para el cálculo la tercera parte, aproximadamente, de la sección total del hormigón. Es posible que en las piezas que forman la estructura de la figura 8 se aprovechara mejor la resistencia del material. Pero esto es prácticamente imposible de calcular en la actualidad, por ser la indeterminación hiperestática de un grado muy elevado. El aparato inventado por el profesor alemán Chr. Rieckhof, puede dar una idea aproximada del trabajo de cada pieza.

Este principio del trabajo solidario de una estructura, extendido al caso de un sistema de tres dimensiones, ofrece posibilidades constructivas que exceden a todo lo que pueda imaginarse.



FIGURAS 8 Y 9.